

# **ANALISI DELLA CAPACITA' DEFORMATIVA DI SEZIONI RETTANGOLARI IN C.A. IN PRESSOFLESSIONE DEVIATA**

**MARCO DI LUDOVICO  
GERARDO MARIO VERDERAME  
IVANO IOVINELLA  
EDOARDO COSENZA**

**Dipartimento di Ingegneria Strutturale  
Università di NAPOLI FEDERICO II**

## **SUMMARY**

*Different researches have been developed, both improving cross-sections' fiber models or through simple mathematical expressions, to compute the ultimate strength of reinforced concrete (r.c.) cross sections subjected to axial load and biaxial bending; however, studies aimed at assessing the curvature ductility of r.c. cross sections are still lacking.*

*The combined action of axial load and biaxial bending may result in a significant reduction of the cross section ultimate curvature capacity if compared to the case of axial load and uniaxial bending only. The evaluation of this reduction can be done by determining the interaction surface representative of cross sections' ultimate curvatures for different axial load and eccentricities values.*

*After developing a fiber model software, specifically targeted to analyze the strength and deformation capacity of arbitrary shapes r.c. cross sections under combined biaxial bending and axial load, the present study aims at analyzing the influence of such actions on the r.c. cross section ultimate curvature capacity. In particular, such goal has been pursued by plotting the ultimate curvature interaction surface for r.c. cross sections typically found in existing buildings: square and rectangular cross sections characterized by different reinforcement ratios and distribution as well as different steel and concrete mechanical properties. The ultimate curvature interaction domains are analysed and discussed for different values of axial load ratios and eccentricities. Moreover, the ultimate curvature reduction due to biaxial bending is assessed with particular attention to the influence of cross section side ratios.*

*The study could represent a valuable tool for the preliminary assessment of seismic*

*deformation capacity of r.c. elements under combined axial load and biaxial bending.*

## **1. INTRODUZIONE**

Lo studio di sezioni soggette a presso flessione deviata è di particolare interesse nel caso di strutture soggette ad azioni sismiche, in quanto la presenza contemporanea di momenti flettenti secondo direzioni non principali di inerzia, riduce notevolmente la capacità resistente e deformativa della sezione. Molteplici studi sono stati condotti negli ultimi decenni al fine di valutare in via approssimata o rigorosa la capacità resistente di sezioni in cemento armato (c.a.) soggette ad azioni di presso flessione deviata; ancora limitati sono, di contro, gli studi inerenti la riduzione di capacità deformativa di una sezione soggetta ad azioni biassiali nonostante sia evidente che in caso di evento sismico la nascita negli elementi strutturali, in particolar modo nei pilastri, di sollecitazioni di presso flessione deviata induce una capacità di spostamento globale della struttura che può risultare anche sensibilmente inferiore alle attese.

E' noto che lo studio di strutture in c.a., esistenti o di nuova progettazione, soggette ad azioni gravitazionali e sismiche può essere effettuato attraverso un'analisi statica non lineare che individua nella valutazione dello spostamento di un punto di controllo il parametro di riferimento per valutare la capacità sismica della struttura in esame. Nel caso in cui si utilizzi una modellazione a plasticità concentrata, la valutazione della capacità sismica della struttura viene effettuata immaginando il comportamento non lineare degli elementi che costituiscono la struttura (travi e pilastri) concentrato negli estremi degli stessi in cui si ipotizza la formazione delle cosiddette cerniere plastiche. La caratterizzazione delle cerniere plastiche non può prescindere dalla definizione del legame momento rotazione che può essere effettuata una volta noti i parametri statici momento di snervamento ed ultimo e le corrispondenti rotazioni. I valori di rotazione di snervamento ed ultima sono a loro volta correlati alla curvatura di snervamento ed ultima delle sezioni di estremità degli elementi della struttura in cui appunto si immagina concentrato il comportamento non lineare dell'elemento. Le più recenti normative sismiche (OPCM 3274, 2005 [1] ed il D.M. 14/01/08, 2008 [2]), tuttavia, non forniscono indicazioni per la valutazione della curvatura ultima nel caso di sollecitazione biassiale, per cui il calcolo della rotazione viene generalmente effettuato computando il contributo

deformativo legato alla curvatura della sezione in funzione di una sollecitazione di presso flessione retta. In questo modo, però, non viene tenuta in considerazione la possibilità che la sollecitazione non sia diretta lungo gli assi principali della sezione, come realmente accade in caso di evento sismico, e che ciò possa comportare una riduzione della sua capacità deformativa, ovvero una riduzione di curvatura ultima. Nella presente memoria, pertanto, ci si pone l'obiettivo di valutare l'incidenza di azioni biassiali sulla curvatura ultima di sezioni in c.a., con particolare riferimento a sezioni quadrate e rettangolari caratterizzate da dimensioni e caratteristiche meccaniche dei materiali proprie degli elementi di edifici esistenti, illustrando l'andamento dei domini di curvatura ultima ed al contempo analizzando la riduzione della stessa nel passaggio da azioni di presso flessione retta a deviata. L'influenza del rapporto tra i lati della sezione sulla capacità deformativa della stessa è altresì discussa mediante analisi comparative tra i domini di curvatura ultima su sezioni quadrate e rettangolari con rapporto di allungamento tra i lati via via crescente (fino ad un massimo di 3).

## 2. DOMINI DI CURVATURA ULTIMA IN PRESSO FLESSIONE DEVIATA

Lo studio del comportamento delle sezioni pressoinflesse dal punto di vista deformativo non è stato sinora sviluppato quanto quello relativo alle resistenze. Tuttavia, tale approccio diventa essenziale alla luce degli attuali metodi di analisi strutturale nei quali la definizione della curvatura ultima delle sezioni è un passaggio obbligato per la valutazione della capacità sismica di una struttura.

Lo studio del comportamento deformativo della sezione può essere condotto in maniera analoga allo studio delle resistenze costruendo un "dominio di curvature", ossia la curva che individua tutte le coppie di valori  $\phi_x$ ,  $\phi_y$  (componenti rispetto agli assi coordinati della curvatura ultima,  $\phi_{ult.}$ ) alle quali corrisponde la crisi convenzionale della sezione individuata dall'attingimento della deformazione ultima del calcestruzzo. Tali componenti vengono calcolate a partire dal valore della curvatura ultima attraverso l'angolo  $\alpha$  rappresentato dall'inclinazione dall'asse neutro rispetto all'orizzontale come mostrato in *Figura 1*. In un problema di pressoflessione deviata, la posizione dell'asse neutro e la sua inclinazione rispetto all'orizzontale possono essere determinate mediante la risoluzione di due equazioni non lineari: la prima di equilibrio tra lo sforzo normale sollecitante e lo sforzo normale

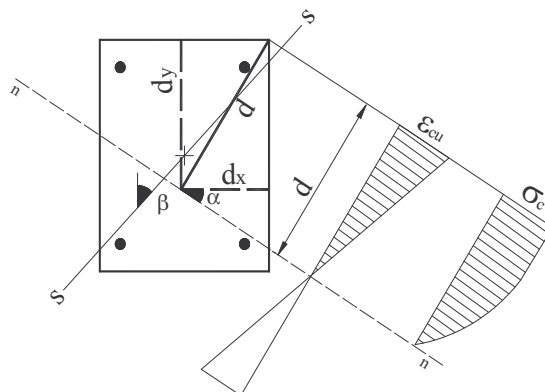
interno (ottenuto come integrale del campo tensionale sull'intera sezione); la seconda di uguaglianza tra l'inclinazione del piano della sollecitazione esterna  $\beta = \text{tg}^{-1} \frac{M_{Sx}}{M_{Sy}}$  (con  $M_{Sx}$  ed

$M_{Sy}$  pari rispettivamente al momento sollecitante lungo l'asse x e l'asse y) e l'inclinazione del piano di sollecitazione interno,  $\beta_{int.} = \text{tg}^{-1} \frac{M_{y,g}}{M_{x,g}}$  (con  $M_{y,g}$

ed  $M_{x,g}$  pari rispettivamente al momento flettente rispetto agli assi baricentrici x ed y dovuti al campo tensionale presente nella sezione).

Una volta definita la posizione dell'asse neutro (profondità, d, ed inclinazione,  $\alpha$ ), la curvatura ultima della sezione e le sue componenti sono immediatamente determinabili mediante le seguenti espressioni:

$$\phi_{ult.} = \frac{\epsilon_{cu}}{d}; \quad \phi_x = \phi_{ult.} \sin \alpha; \quad \phi_y = \phi_{ult.} \cos \alpha \quad (1)$$



**Figura 1** - Posizione reciproca dell'asse neutro n-n e dell'asse di sollecitazione s-s.

Assegnato un valore dello sforzo normale agente sulla sezione è possibile allora determinare tutti i punti rappresentativi della capacità di deformazione ultima della sezione; con riferimento ad una sezione quadrata ed una sezione rettangolare, armate entrambe in modo simmetrico, si riportano in *Figura 2* i domini di curvatura ultima per valori crescenti di sforzo

normale adimensionalizzato  $\nu = \frac{N}{A_c \cdot f_c}$  (dove

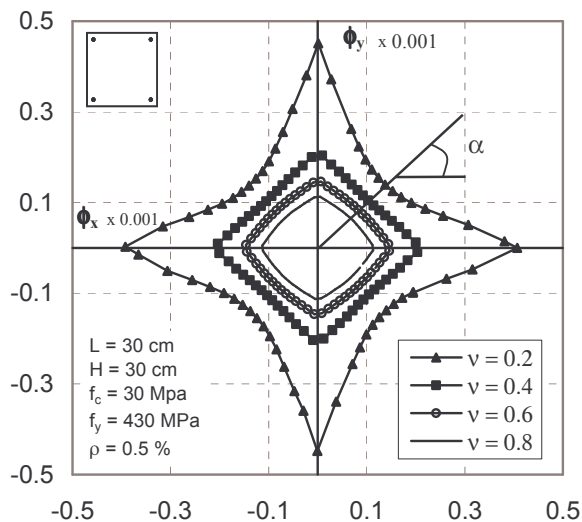
con  $A_c$  e  $f_c$  si indicano rispettivamente l'area e la resistenza a compressione del calcestruzzo). Ogni punto di tale dominio corrisponde ad una posizione dell'asse neutro sulla sezione analizzata ed in particolare ad una inclinazione,  $\alpha$  pari a  $\text{tg}^{-1} \phi_x / \phi_y$ . Tali domini sono stati ottenuti mediante l'utilizzo di un programma di calcolo a fibre specificatamente messo a punto per la valutazione della capacità resistente e

deformativa di sezioni in c.a. di forma qualsiasi soggette ad azioni di pressoflessione retta o deviata (Di Ludovico et al., 2007 [3], [4]).

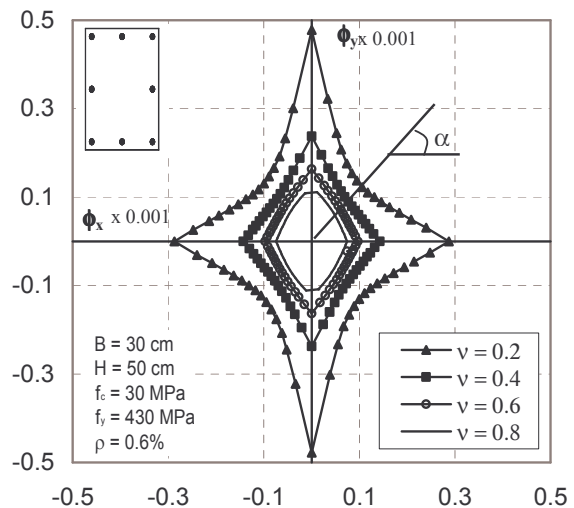
I domini riportati in Figura 2 mostrano che, al crescere di  $v$ , i valori della curvatura ultima si riducono sensibilmente; ciò è facilmente intuibile se si pensa che al crescere di  $v$  la regione di sezione compressa deve aumentare per garantire l'equilibrio alla traslazione. Tale tendenza, evidente nel caso di pressoflessione retta, trova conferma anche per azioni di pressoflessione deviata.

Le curve riportate in Figura 2 mostrano, inoltre, che, per entrambe le tipologie di sezione, la concavità dei domini varia al variare di  $v$ . In particolare, essa è rivolta verso l'origine degli assi cartesiani per sforzi normali alti e verso l'esterno per sforzi normali più bassi; ciò implica che i domini corrispondenti a valori di  $v$  bassi sono caratterizzati da componenti di curvatura ultima  $\phi_x$

e  $\phi_y$  sensibilmente inferiori ai valori di curvatura ultima in condizione di presso flessione retta già a partire da condizioni di sollecitazione che si discostano poco da essa. Dai domini di Figura 2 si evince inoltre che, a parità di sforzo normale adimensionalizzato, le curvature connesse alla pressoflessione retta,  $\phi_x$  e  $\phi_y$ , (relative rispettivamente al caso di flessione attorno all'asse x ( $M_x$ ) ed y ( $M_y$ )) presentano valori uguali nel caso di sezione quadrata, mentre assumono valori diversi allorché si passa alla sezione rettangolare; in particolare, la curvatura connesa all'asse forte, ( $\phi_x$  nel caso delle sezioni analizzate in Figura 2) risulta essere inferiore rispetto a  $\phi_y$  coerentemente con la maggiore profondità dell'asse neutro necessaria a garantire l'equilibrio alla traslazione tra sforzo normale interno ed esterno.



(a)



(b)

**Figura 2.** Dominio delle curvature: sezione quadrata (a); sezione rettangolare (b)

La rappresentazione grafica delle curvature ultime proposta in Figura 2 è legata alla inclinazione dell'asse neutro,  $\alpha$ , e non è direttamente correlata all'angolo di sollecitazione esterna,  $\beta$ . I domini riportati in Figura 2, pertanto, pur fornendo l'insieme di valori di curvatura ultima della sezione in esame, non consentono di risalire in modo diretto allo stato di sollecitazione (espresso dal rapporto  $M_{Sx} / M_{Sy}$ ) cui lo specifico valore di curvatura ultima corrisponde, a meno che non si conosca la relazione che lega  $\beta$  con  $\alpha$ . Nel caso di pressoflessione deviata, infatti, gli angoli  $\alpha$  e  $\beta$  non coincidono in quanto l'asse neutro non risulta essere più ortogonale rispetto

all'asse di sollecitazione. Da tali considerazioni consegue, dunque, che una più utile rappresentazione dei domini può essere ottenuta esprimendo le curvature ultime direttamente in funzione dell'angolo di sollecitazione esterna  $\beta$ .

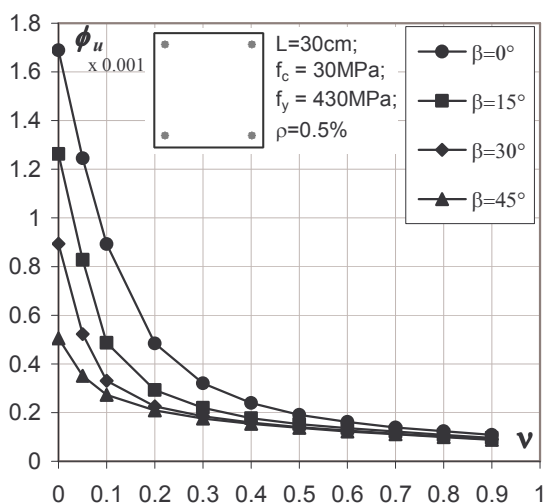
Una rappresentazione di tal genere è riportata in Figura 3 in cui sono rappresentati i valori della curvatura ultima sulle ascisse ( $\phi_u = \sqrt{\phi_x^2 + \phi_y^2}$ ) e dello sforzo normale adimensionalizzato  $v$  sulle ordinate per diversi valori dell'angolo di sollecitazione esterna. In particolare, in Figura 3 (a) sono riportate le curve  $\phi_u-v$  al variare di  $\beta$  con riferimento alla sezione quadrata analizzata in Figura 2; stante la simmetria della sezione in

esame, sono rappresentate soltanto le curve relative ad angoli  $\beta$  variabili nel range  $0^\circ \leq \beta \leq 45^\circ$  con passo  $\beta=15^\circ$ . Analogamente in Figura 3 (b) sono riportate le medesime curve con riferimento alla sezione rettangolare di Figura 2; in questo caso, tuttavia, per avere un quadro esaustivo della variazione di curvatura ultima in funzione dell'angolo  $\beta$  si è ampliato il range di variazione dello stesso nel campo  $0^\circ \leq \beta \leq 90^\circ$ . Le curve  $\phi_u$ - $v$  mostrano in ogni caso un andamento di tipo iperbolico con valori massimi per sforzi normali nulli e via via decrescenti all'aumentare di  $v$ .

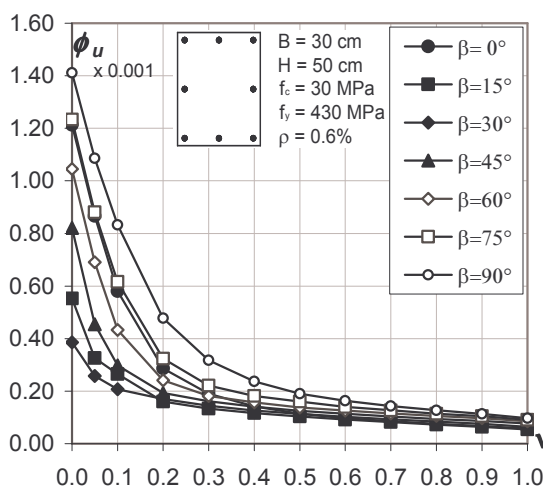
Dall'analisi delle curve riportate in Figura 3 si nota con maggiore chiarezza che la riduzione della curvatura ultima, passando da un regime di presso flessione retta a deviata, è di gran lunga più rilevante per valori di  $v$  bassi (in particolare risulta più evidente per valori di  $v < 0.5$ ); al

crescere di  $v$ , inoltre, i valori delle curvature ultime risultano sempre meno variabili con  $v$  nonché sempre meno influenzati dal valore dell'angolo di sollecitazione esterna.

In Figura 4, inoltre, sono rappresentati, con riferimento alle stesse sezioni analizzate in precedenza, gli andamenti delle curvature ultime al variare di  $\beta$ , per prefissati valori di  $v$ . Dall'analisi di tale curve emerge in ogni caso un andamento pressoché parabolico della curvatura ultima al variare dell'angolo di sollecitazione esterna; nel caso di sezione quadrata le parabole risultano essere simmetriche rispetto al valore  $\beta=45^\circ$ , mentre nel caso di sezione rettangolare tale simmetria si perde in quanto le due curvature ultime connesse al caso di pressoflessione retta sono tra loro diverse.

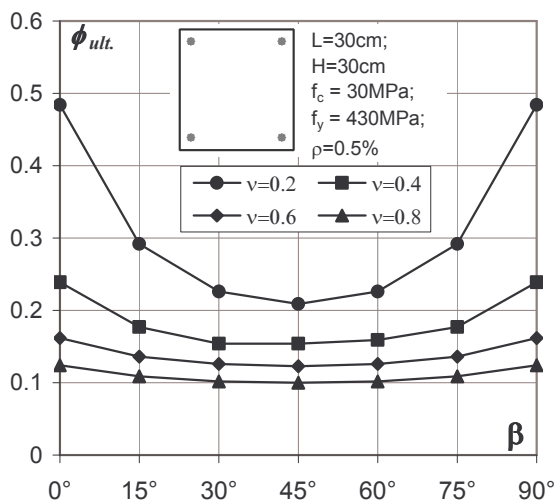


(a)

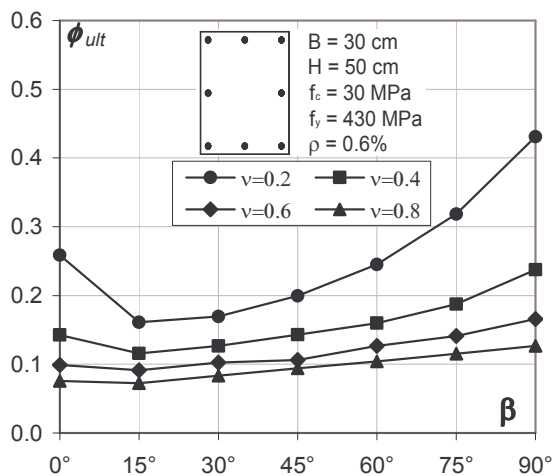


(b)

Figura 3 - Domini di curvatura  $\phi_{ult}$ - $v$  per una sezione quadrata (a) e per una sezione rettangolare (b)



(a)



(b)

Figura 4 - Domini di curvatura  $\phi_{ult}$ - $\beta$  per una sezione quadrata (a) e per una sezione rettangolare (b)

In ogni caso, inoltre, si ha che la freccia di tali parabole, ovvero la massima riduzione di curvatura nel passaggio da pressoflessione retta a deviata, si riduce al crescere di  $v$ , come peraltro già ampiamente evidente dall'analisi delle curve di Figura 3.

### 3. INFLUENZA DEL RAPPORTO DI ALLUNGAMENTO DELLA SEZIONE SULLA CURVATURA ULTIMA

I grafici riportati nel precedente paragrafo della presente memoria hanno consentito di effettuare delle considerazioni preliminari riguardanti l'andamento qualitativo dei domini di curvatura ultima al variare di  $v$  e  $\beta$  con riferimento a sezioni quadrate e rettangolari. Uno studio più approfondito concernente la valutazione della curvatura ultima di sezioni quadrate al variare delle dimensioni del lato, del numero di ferri di armatura e delle proprietà meccaniche del calcestruzzo e dell'acciaio è riportato in Di

Ludovico et al., 2008 [4]. Nel presente paragrafo si vuole, invece, focalizzare l'attenzione sull'incidenza della forma della sezione nella valutazione della curvatura ultima della stessa in condizioni di pressoflessione retta e deviata. In particolare, si analizza l'influenza, per diversi valori di  $v$  e  $\beta$ , del rapporto tra i lati della sezione, partendo da una sezione quadrata fino ad una sezione rettangolare con rapporto di allungamento pari a 3.

In tale ottica si presentano ed analizzano nel prosieguo, i domini di curvatura ultima  $\phi_u-\beta$  (con  $\beta$  variabile nel range  $0^\circ-90^\circ$  e passo di analisi  $\beta=5^\circ$ ) relativi a quattro sezioni con differente rapporto tra i lati ma tutte caratterizzate da una distribuzione uniforme di armatura lungo il perimetro e da valori di percentuale geometrica di armatura molto prossimi tra loro. Le quattro tipologie di sezione analizzate sono riportate in Figura 5.

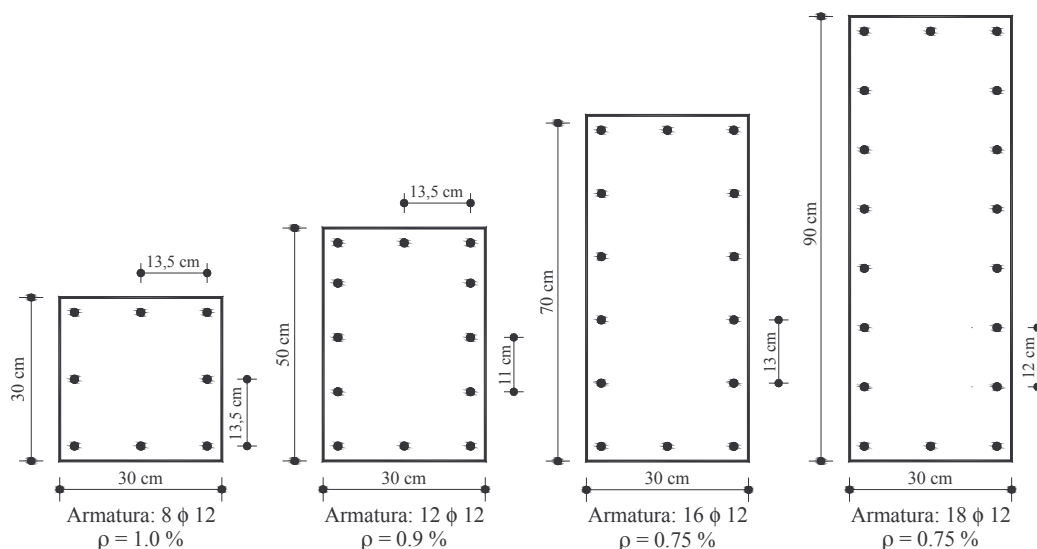


Figura 5 – Geometria delle sezioni analizzate.

Con riferimento a ciascuna sezione per quattro assegnati valori dello sforzo normale adimensionato ( $v=0$ ,  $v=0.2$ ,  $v=0.4$  e  $v=0.6$ ) sono state determinate le curve  $\phi_u-\beta$  per diversi valori delle proprietà meccaniche dei materiali: resistenza a compressione del calcestruzzo  $f_c=10-30$  MPa; tensione di snervamento per le barre di armatura  $f_y=330-430$  MPa; tali curve sono riportate in Figura 6 e Figura 7.

Per quanto concerne la scelta degli  $v$ , essa è stata dettata dalla volontà di analizzare il caso della flessione semplice ed i casi di sforzi normali tipicamente riscontrabili negli edifici esistenti (solitamente in ogni caso inferiori a  $v=0.6$ , si

osservi inoltre che in caso di edifici progettati per resistere ad azioni sismiche la nuova normativa italiana, D.M. 14.01.2008 [2], prescrive che nei pilastri  $v$  non debba eccedere il valore 0.65 o 0.55 rispettivamente per le strutture in classe di duttilità "B" ed "A"). Anche le caratteristiche meccaniche dei materiali, calcestruzzo ed acciaio sono state scelte con l'intento di fare riferimento a proprietà dei materiali che rientrassero in un range di valori tipicamente riscontrabili negli edifici esistenti (Verderame et al., 2001 [6]).

Dall'analisi delle curve di Figura 6 e Figura 7 emerge in primo luogo che la forma della sezione induce significativi riflessi anche sul valore di

curvatura ultima connesso ad un regime di pressoflessione retta; mentre per  $\beta=0^\circ$ , infatti, i valori di curvatura ultima decrescono sensibilmente all'aumentare del rapporto tra i lati della sezione, con scarti particolarmente elevati soprattutto nel passaggio da sezione quadrata a rettangolare, nel caso  $\beta=90^\circ$  i valori di curvatura ultima sono molto prossimi tra loro qualunque sia la geometria e il valore dello sforzo normale agente sulla sezione. E' evidente che tale risultato è ascrivibile anche all'adozione, per tutte le sezioni esaminate, di un'armatura simmetrica e uniformemente distribuita lungo il perimetro della sezione.

Analizzando quanto accade in regime di pressoflessione deviata, le curve riportate in Figura 6 e Figura 7 evidenziano che nel passaggio da una sezione quadrata ad una sezione rettangolare, con rapporto di allungamento via via crescente, si registra una progressiva variazione dell'angolo di sollecitazione esterna,  $\beta$ , cui corrisponde il minimo valore di curvatura ultima. In particolare, mentre nel caso di sezione quadrata la curvatura minima si registra in corrispondenza di  $\beta=45^\circ$ , tale angolo diventa sempre più prossimo a  $\beta=0^\circ$  (pressoflessione retta relativa all'asse forte della sezione) man mano che aumenta il rapporto tra i lati della sezione ed al crescere dello sforzo normale adimensionale.

Da tale osservazione si evince che nel caso di sezioni rettangolari allungate la curvatura ultima attinge valori minimi per sollecitazioni che si discostano poco da quelle di pressoflessione retta con momento flettente esterno relativo all'asse forte della sezione; laddove la sezione presenta una massima capacità resistente si ha, dunque, una capacità deformativa della sezione prossima a quella minima. Tale effetto diventa tanto più rilevante quanto più elevato è il livello di sforzo normale agente sulla sezione.

Mentre nel caso di sezione quadrata, inoltre, si ha un andamento della curva  $\phi_u-\beta$  in ogni caso prossimo a quello parabolico con frecce decrescenti al crescere di  $\nu$ , nel caso di sezioni rettangolari, al variare del rapporto di allungamento della sezione, si evidenzia un progressivo cambiamento della curva che assume un andamento pseudo parabolico per bassi valori di  $\beta$  per poi proseguire con un andamento quasi lineare fino a  $\beta=90^\circ$ . Tale andamento delle curve testimonia che la riduzione di curvatura ultima della sezione aumenta con legge più che lineare proprio in prossimità dell'angolo  $\beta$  cui corrisponde il minimo valore di curvatura ultima.

In ogni caso peraltro, a partire da sforzi normali adimensionizzati pari a  $\nu=0.4$ , l'andamento delle curve  $\phi_u-\beta$  può essere ben approssimato attraverso una retta.

Le curve riportate in Figura 6 e Figura 7 mostrano che l'influenza della geometria della sezione sulla curvatura ultima della stessa va smorzandosi all'aumentare di  $\nu$ , specie nel range di valori  $\beta=45^\circ-90^\circ$ , ovvero la curvatura ultima risente poco della variazione di geometria nel caso di sollecitazioni di pressoflessione deviata prossime a quella retta relativa all'asse debole della sezione.

In termini di riduzione assoluta di curvatura ultima si può ancora sottolineare che la massima escursione cresce all'aumentare del rapporto di allungamento della sezione: nel caso in esame la massima perdita di curvatura ultima si ha sempre per sezione rettangolare 90cmx90cm passando da  $\beta=90^\circ$  a  $\beta=0^\circ$ .

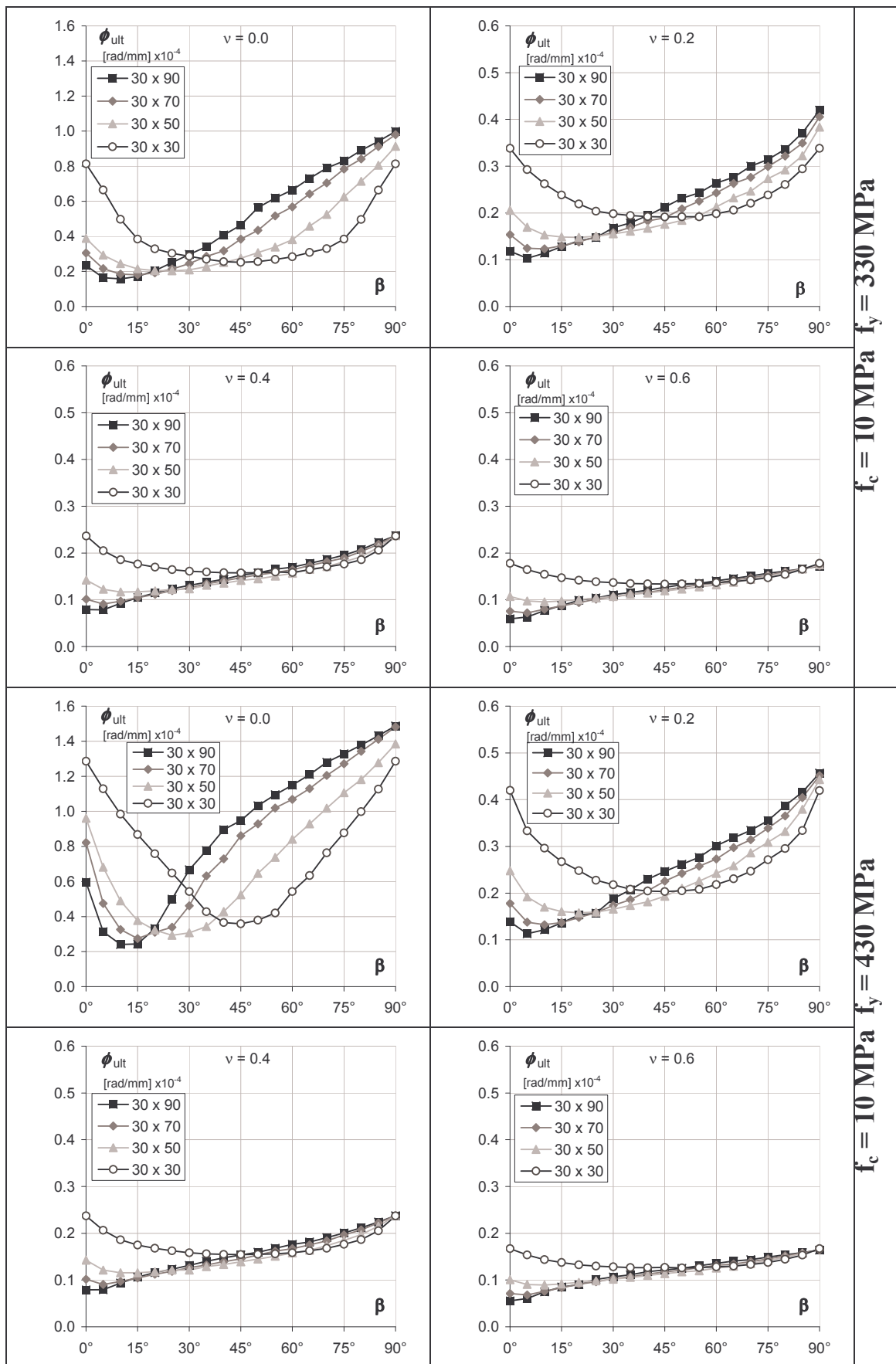


Figura 6 – Domini  $\phi_U$ - $\beta$  al variare della geometria e delle caratteristiche meccaniche della sezione.

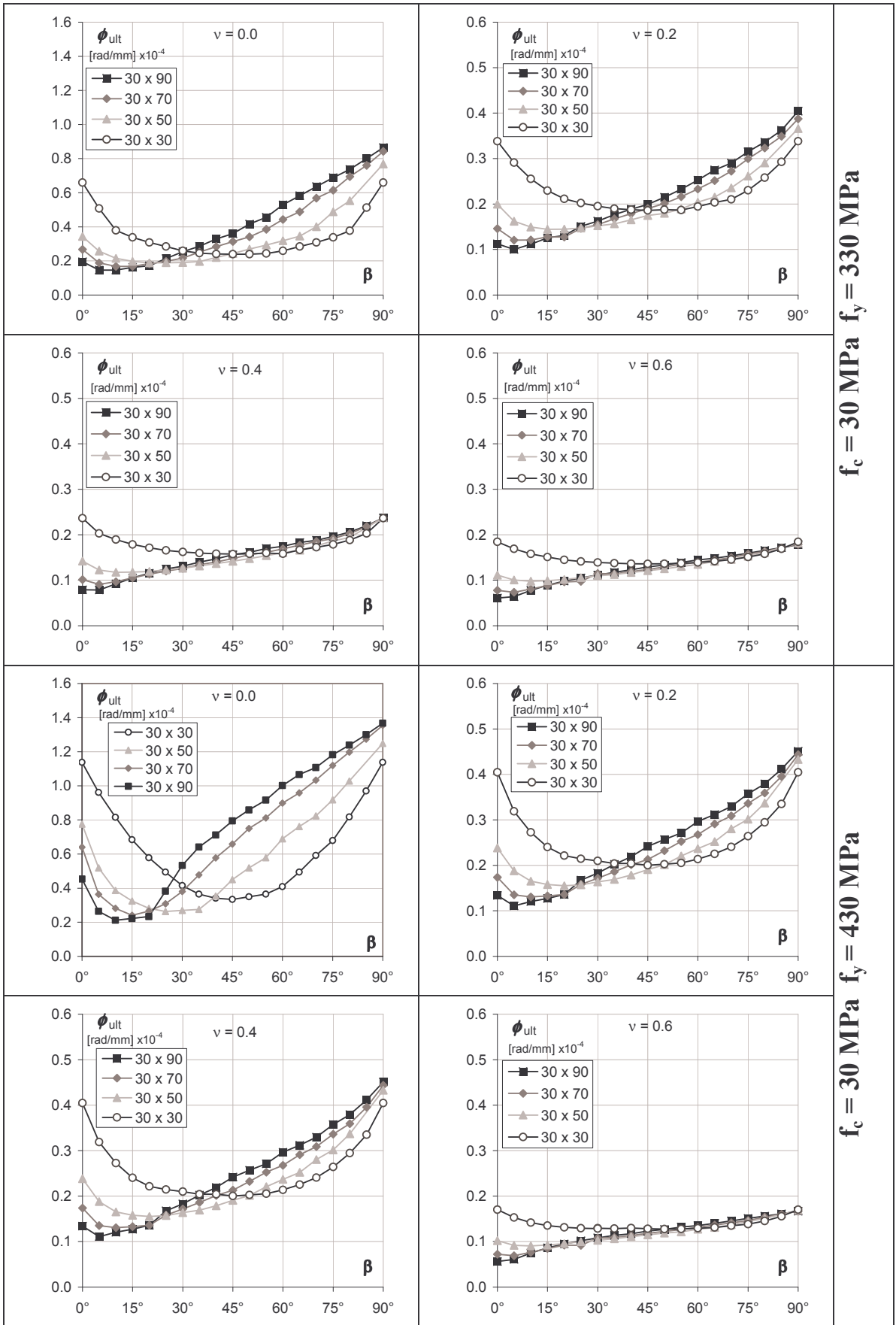


Figura 7 – Domini  $\phi_U$ - $\beta$  al variare della geometria e delle caratteristiche meccaniche della sezione.



#### 4. INFLUENZA DELLE CARATTERISTICHE MECCANICHE DEI MATERIALI SULLA CURVATURA ULTIMA

Al fine di valutare l'incidenza delle caratteristiche meccaniche dei materiali sulla curvatura ultima di sezioni rettangolari, sono riportati in tale sezione gli andamenti delle curve  $\phi_{ult}-\beta$ , con riferimento alla sezione 30cmx50cm riportata in Figura 5, per diverse combinazioni di proprietà meccaniche di calcestruzzo e barre di armatura. In particolare si è focalizzata l'attenzione sulle seguenti quattro possibili combinazioni:

1.  $f_c=10$  MPa;  $f_y=330$  MPa;
2.  $f_c=30$  MPa;  $f_y=330$  MPa;
3.  $f_c=10$  MPa;  $f_y=430$  MPa;
4.  $f_c=30$  MPa;  $f_y=430$  MPa.

Si sono, in questo modo, ottenute quattro curve sperimentali per ciascun valore di  $\nu$  analizzato ( $\nu$  variabile nel range 0÷0.6 con passo pari a 0.2, vedi Figura 8). Dai grafici risulta evidente che le curve si dispongono sempre allo stesso modo: le curve relative a sezioni caratterizzate da calcestruzzi con resistenza a compressione più

elevata presentano curvature ultime maggiori rispetto a quelle relative ad altre sezioni, indipendentemente dal valore di  $\beta$ ; a parità di resistenza a compressione del calcestruzzo, inoltre, le curvature più elevate si attingono chiaramente per valori di tensione di snervamento più piccoli. Tale fenomeno facilmente intuibile nel caso di pressoflessione retta, trova conferma anche nel caso di azioni di pressoflessione deviata. E' interessante notare, inoltre, che le curve  $\phi_{ult}-\beta$ , specie per  $\nu$  bassi, si differenziano più nettamente tra loro soprattutto in funzione della resistenza a compressione del calcestruzzo; tale parametro, pertanto, risulta influenzare maggiormente il calcolo della curvatura ultima. Già a partire da valori di  $\nu$  pari a 0.2, tuttavia, si può osservare che le curve in esame differiscono molto poco tra loro. Tale risultato, peraltro già osservato con riferimento alle sezioni quadrate [5], conferma la scarsa dipendenza della curvatura ultima dalle proprietà meccaniche della sezione; di gran lunga più rilevante ai fini della valutazione della curvatura ultima in pressoflessione deviata risulta essere, invece, il numero di ferri con cui la sezione è armata e specialmente la distribuzione degli stessi.

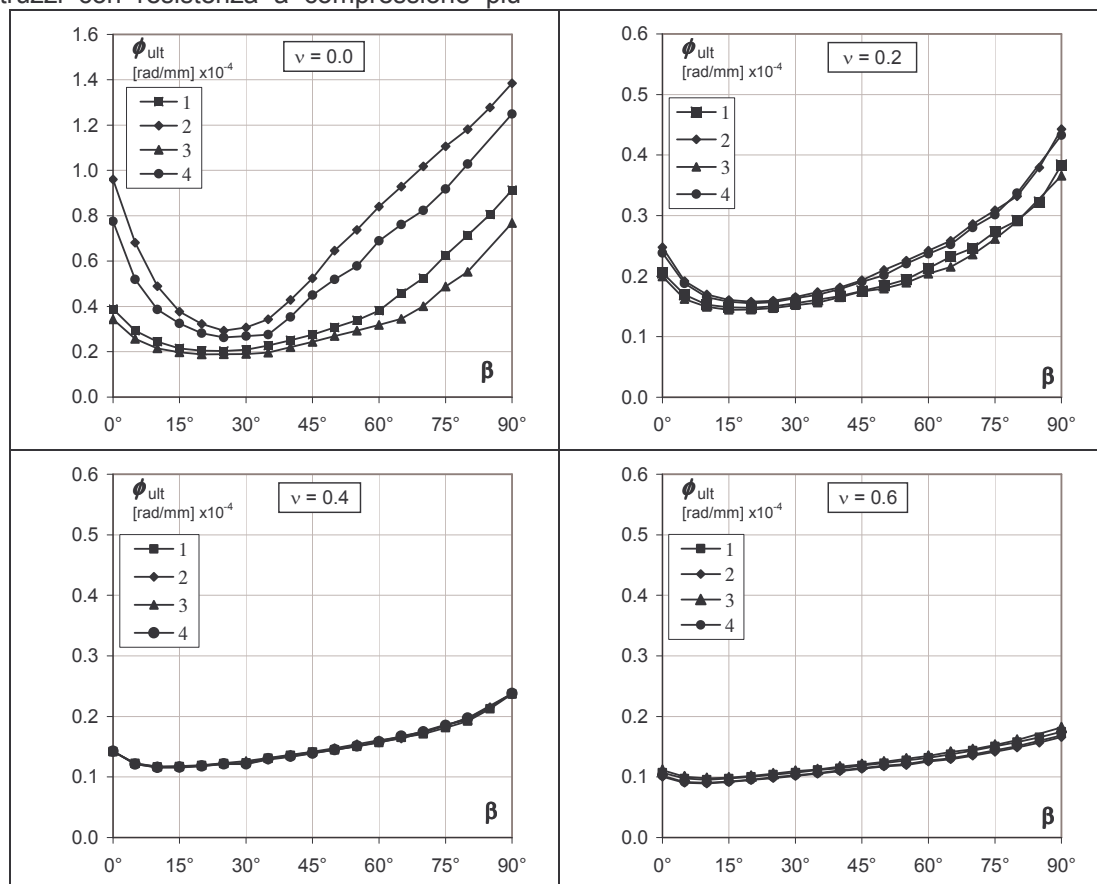


Figura 8 – Domini  $\phi_{ult}-\beta$  al variare delle caratteristiche meccaniche della sezione (rettangolare 30cmx50cm, armata con 12 $\Phi$ 12,  $\rho=0.9\%$ ).

## 5. CONCLUSIONI

Nella presente memoria sono presentati i domini di curvatura ultima, ottenuti con l'ausilio di un programma a fibre, relativi a sezioni quadrate e rettangolari caratterizzate da dimensioni e proprietà meccaniche tipicamente riscontrabili negli edifici esistenti. In particolare le analisi svolte sono state mirate alla valutazione dell'incidenza del rapporto di allungamento della sezione sulla curvatura ultima della stessa e delle proprietà meccaniche nella determinazione della curvatura ultima di sezioni rettangolari. Con riferimento alle sezioni analizzate, dalle analisi svolte è emerso che :

- l'angolo di sollecitazione esterna cui corrisponde la minima curvatura ultima risulta essere  $\beta=45^\circ$  per sezioni quadrate mentre è variabile nelle sezioni rettangolari;
- al crescere del rapporto di allungamento della sezione, la curvatura ultima minima si attinge per valori di  $\beta$  sempre più prossimi a quelli relativi a sollecitazione di pressoflessione retta relativa all'asse forte della sezione ( $\beta=0^\circ$  nei casi in esame) quanto più aumenta  $v$ ;
- Al crescere di  $v$  e nel range  $\beta=45^\circ-90^\circ$  curve  $\phi_u-\beta$ , tendono a combaciare ed ad avere andamento di tipo lineare qualunque sia la geometria della sezione;
- Il massimo gradiente in curvatura ultima biassiale si registra nell'intervallo  $0^\circ \leq \beta \leq 15^\circ$ ;
- Nel caso di sezioni rettangolari, i valori di curvatura ultima sia in presso flessione retta che deviata risultano poco variabili con le caratteristiche geometriche e meccaniche della sezione già per valori di  $v \geq 0.4$  risultando, invece, particolarmente influenzati dalla resistenza a compressione del calcestruzzo piuttosto che dalla tensione di snervamento delle barre di armatura per bassi valori di sforzo normale adimensionalizzato.

Le analisi svolte, sebbene relative ad un numero ristretto di tipologie di sezioni tipicamente riscontrabili negli edifici esistenti, possono fornire valide indicazioni per la valutazione preliminare del comportamento sismico di elementi in c.a. soggetti ad azioni di tipo biassiale.

## 6. BIBLIOGRAFIA

- [1] **PRESIDENZA DEL CONSIGLIO DEI MINISTRI** "Norme Tecniche per il progetto la verifica e l'adeguamento sismico degli edifici" *O.P.C.M. 3274 del 3/05/05*.
- [2] **MINISTERO DEI LAVORI PUBBLICI** "Supplemento Ordinario alla Gazzetta Ufficiale del 4/02/2008" *D.M. 14/01/2008*

- [3] **DI LUDOVICO, M., LIGNOLA, G. P., PROTA, A., COSENZA E.** "Analisi non lineare di sezioni in c.a. soggette a pressoflessione deviata" *Atti del XII Convegno Ingegneria Sismica in Italia ANIDIS 2007, PISA 10-14 giugno 2007*.
- [4] <http://www.reluis.it> (sezione Divulgazione, Progettazione, Software: <http://reluis.rdm-web.com/pagine/Software.htm>).
- [5] **DI LUDOVICO, M., VERDERAME G.M., IOVINELLA I., COSENZA E.** "Domini di curvatura di sezioni in c.a. in pressoflessione deviata. Parte I: analisi a fibre" *Atti del Convegno Valutazione e riduzione della vulnerabilità sismica di edifici esistenti in c.a., RELUIS, ROMA 29-30 maggio, 2008*.
- [6] **VERDERAME G.M., STELLA A., COSENZA E.** "Le proprietà meccaniche degli acciai impiegati nelle strutture in c.a. realizzati negli anni '60" *X Congresso Nazionale ANIDIS "L'ingegneria Sismica in Italia", Potenza-Matera, 9-13 settembre 2001*.

## 7. RINGRAZIAMENTI

Il presente lavoro è stato sviluppato nell'ambito delle attività di ricerca della "Rete dei Laboratori Universitari di Ingegneria Sismica – ReLUIS" finanziato dal Dipartimento di Protezione Civile – Progetto Esecutivo 2005-2008.

### **Contatti con gli autori:**

Di Ludovico Marco: [diludovi@unina.it](mailto:diludovi@unina.it)  
Verderame Gerardo M.: [verderam@unina.it](mailto:verderam@unina.it)  
Iovinella Ivano: [ivano.iovinella@unina.it](mailto:ivano.iovinella@unina.it)  
Cosenza Edoardo: [cosenza@unina.it](mailto:cosenza@unina.it)