

DOMINI DI CURVATURA DI SEZIONI IN C.A. IN PRESSOFLESSIONE DEVIATA. PARTE II: VALUTAZIONE SEMPLIFICATA

¹Di Ludovico M., ¹Verderame G.M., ¹Iovinella I., ¹Cosenza E.

¹ *Dipartimento di Ingegneria Strutturale (DIST), Università di Napoli Federico II, via Claudio 21, 80125, Napoli.*

ABSTRACT

La capacità deformativa di una sezione in cemento armato è significativamente influenzata dal regime di sollecitazione cui essa è soggetta. In particolare, il passaggio da azioni di presso flessione retta a presso flessione deviata induce una perdita di capacità deformativa ovvero una riduzione di curvatura ultima della sezione. Tale riduzione può essere valutata attraverso la determinazione dei domini di curvatura rappresentativi, al variare dello sforzo normale agente e dell'angolo di sollecitazione esterna, delle curvature ultime della sezione. Nella prima parte della presente memoria, con riferimento a sezioni tipicamente riscontrabili negli edifici esistenti, si sono presentati e discussi gli andamenti di tali domini, ottenuti mediante l'utilizzo di un programma a fibre. Al fine di consentire una rapida determinazione degli stessi, senza dover ricorrere ad analisi a fibre, si presenta, nella seconda parte della presente memoria, una procedura semplificata di calcolo attraverso cui determinare, con un buon grado di approssimazione, la curvatura ultima di sezioni quadrate in cemento armato soggette ad azioni di presso flessione retta e deviata.

Le espressioni semplificate ricavate possono rappresentare, dunque, un valido strumento per la valutazione preliminare del comportamento sismico di elementi in c.a. soggetti ad azioni biassiali.

PAROLE CHIAVE

sezioni in c.a., presso flessione deviata, asse neutro, sforzo assiale, curvatura ultima.

1 INTRODUZIONE

La capacità resistente di sezioni in cemento armato (c.a.) soggette a sollecitazioni di presso flessione deviata, è stata analizzata, negli ultimi decenni, da diversi autori.

Uno dei primi metodi semplificati di cui si ha notizia in letteratura è il cosiddetto "Load Contour Method", (LC), (Bresler, 1960) attraverso il quale, fissato un determinato valore dello sforzo normale agente, la superficie limite è approssimata mediante la seguente espressione:

$$\left(\frac{M_x}{M_{x0}}\right)^{\alpha_1} + \left(\frac{M_y}{M_{y0}}\right)^{\alpha_2} = 1 \quad (1)$$

dove M_x e M_y rappresentano il momento flettente rispetto agli assi x ed y in corrispondenza di un determinato valore dello sforzo normale, N ; M_{x0} e M_{y0} rappresentano i momenti ultimi in presso flessione retta rispetto agli stessi assi in corrispondenza di N ; ed α_1 e α_2 sono esponenti che variano in funzione delle caratteristiche meccaniche e geometriche della sezione nonché del valore di sforzo normale assegnato.

A partire da tale formulazione diversi autori (Hsu, 1988, Silva et al, 2001, Sfakianakis, 2002) hanno proposto diverse modifiche al fine di pervenire a semplici formulazioni analitiche che consentissero di determinare la capacità resistente di sezioni di forma qualsiasi in regime di presso flessione deviata con un grado di approssimazione via via decrescente.

In particolare, Gherzi e Muratore, 2004 hanno messo a punto un metodo semplificato per determinare il dominio di interazione di sezioni rettangolari in c.a. Tale metodo si basa sulla definizione di semplici espressioni matematiche attraverso cui calcolare i momenti ultimi della sezione in regime di presso flessione retta per poi utilizzare l'espressione (1) adottando un valore di $\alpha_1=\alpha_2= 1,5$, indicato come conservativo per i valori correntemente riscontrabili di sforzo normale. Recentemente, Monti ed Alessandri, 2006 hanno proposto un metodo per tarare il coefficiente α in funzione dello sforzo normale e delle caratteristiche geometriche e meccaniche della sezione.

Lo stesso ultimo testo normativo (D.M. 14/01/'08) propone di analizzare il problema della determinazione della capacità resistente di sezioni soggette a presso flessione deviata attraverso una relazione con cui tarare il coefficiente α da introdurre nella equazione (1).

A fronte di numerosi studi atti a determinare in via semplificata la capacità resistente di una sezione in c.a., ancora carenti sono, invece, gli studi relativi alla influenza indotta da un regime di sollecitazione biassiale in termini di riduzione di curvatura ultima.

Obiettivo della presente memoria, pertanto, è la messa a punto di formulazioni semplificate che consentano una rapida valutazione, seppur in via approssimata, dei domini di curvatura ultima di una sezione in c.a. soggetta ad azioni di presso flessione deviata, al pari di quanto già esiste per i domini di resistenza.

Tali formulazioni sono state tarate e calibrate su sezioni quadrate caratterizzate da dimensioni geometriche e meccaniche tipiche degli edifici esistenti, i cui domini di curvatura, determinati mediante l'utilizzo di un programma a fibre (Di Ludovico et al., 2007), sono stati presentati nella prima parte della presente memoria. In questo modo è stato possibile valutare l'accuratezza delle formulazioni proposte determinando l'errore percentuale che si commette utilizzando le stesse invece di una più rigorosa, ma certamente più dispendiosa da un punto di vista di calcolo, analisi a fibre.

2 FORMULAZIONI SEMPLIFICATE PER LA DETERMINAZIONE DEI DOMINI DI CURVATURA ULTIMA

Dall'analisi numerica condotta sui domini di curvatura, presentata nella prima parte della presente memoria, è emerso che la curvatura ultima di una sezione simmetrica in c.a. può essere computata qualora si conoscano in primo luogo la curvatura ultima della sezione per due particolari valori dell'angolo di sollecitazione esterna, $\beta=0^\circ$ e $\beta=45^\circ$. Noti tali valori è possibile, infatti, per ogni prefissato valore dello sforzo normale adimensionalizzato, v , determinare una curva interpolante con andamento pseudo-parabolico in grado di fornire il valore della curvatura ultima della sezione in esame per qualsiasi angolo di sollecitazione esterna, e , quindi, in qualsiasi caso di presso flessione deviata.

Nel prosieguo si presentano una serie di formulazioni semplificate, specificatamente messe a punto per sezioni quadrate armate simmetricamente, attraverso cui determinare in via approssimata: a) la curvatura ultima per $\beta=0^\circ$ al variare di v ; b) la curvatura ultima per $\beta=45^\circ$

al variare di v ; c) la funzione passante per i punti $A=(\beta=0^\circ, \phi_{ult.}^0)$ e $B=(\beta=45^\circ, \phi_{ult.}^{45})$, in grado di approssimare al meglio il dominio $\phi_{ult.} - \beta$ per un prefissato valore di v .

2.1 Curvatura Ultima al variare di v : il caso $\beta=0^\circ$

In tale sezione si presenta un metodo semplificato attraverso cui pervenire in via approssimata alla curvatura ultima di sezioni quadrate armate simmetricamente in corrispondenza di un angolo di sollecitazione esterna $\beta=0^\circ$. Il metodo consiste nel determinare, per cinque prefissate posizioni dell'asse neutro, il valore di $\phi_{ult.}$ e v , in modo da ottenere mediante interpolazione lineare per tratti, l'intero diagramma curvatura ultima-sforzo normale adimensionalizzato per $\beta=0^\circ$.

Il metodo proposto si basa sull'assunzione di alcune ipotesi semplificative:

- per ciascuna posizione dell'asse neutro si assume che le armature della sezione siano sempre snervate (ipotesi non sempre verificata);
- la valutazione della risultante del campo di tensioni di compressione del calcestruzzo avviene mediante l'adozione del metodo dello stress-block;
- le barre di armatura sono tutte caratterizzate da uno stesso diametro.

Fatte salve tali ipotesi, per ciascuna posizione dell'asse neutro, ovvero fissato il valore di x_c , è possibile calcolare lo sforzo normale tramite l'equazione di seguito riportata:

$$N = \psi x_c b f_c + n_c A_f f_y - n_t A_f f_y \quad (2)$$

dove si adotta $\psi = 0.8$, b rappresenta il lato della sezione quadrata, f_c ed f_y rappresentano la tensione di compressione del calcestruzzo e di snervamento dell'acciaio, n_c ed n_t indicano rispettivamente il numero di ferri compressi ed il numero di ferri tesi presenti nella sezione in corrispondenza della posizione dell'asse neutro x_c , ed A_f è l'area di una singola barra di armatura.

Indicato con n_f il numero totale di barre presenti nella sezione e posto

$$v = \frac{N}{b^2 f_c} \quad \text{e} \quad \omega = \frac{n_f A_f f_y}{b^2 f_c}$$

dalla espressione (2) si perviene, moltiplicando e dividendo ambo i membri per

$$\frac{n_f}{n_f b^2 f_c},$$

alla seguente espressione:

$$v = \frac{\psi \cdot x_c}{b^2} + \left(\frac{n_c}{n_f} - \frac{n_t}{n_f} \right) \omega = k + q \omega \quad (3)$$

$$\text{con } k = \frac{\psi \cdot x_c}{b} \quad \text{e} \quad q = \frac{n_c}{n_f} - \frac{n_t}{n_f} = q_c - q_t.$$

Assegnato x_c , dunque, la curvatura ultima è fornita dal rapporto $\frac{\epsilon_{cu}}{x_c}$ (con ϵ_{cu} , deformazione

ultima del calcestruzzo compresso) ed il corrispondente valore di v è immediatamente determinabile attraverso la (3) note le caratteristiche geometriche e meccaniche della sezione in esame.

Con riferimento a sezioni quadrate simmetricamente armate con 4 o 8 ferri, si prendono in considerazione 5 valori della profondità dell'asse neutro (vedi Figura 1), corrispondenti rispettivamente a:

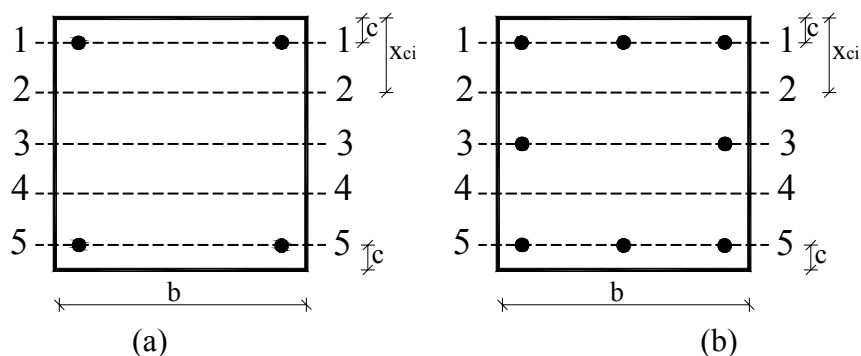


Figura 1. Posizioni di riferimento dell'asse neutro: sezione con 4 ferri (a), sezione con 8 ferri (b).

- 1-1: profondità dell'asse neutro pari alla misura del copriferro, c ; per tale posizione dell'asse neutro l'armatura superiore risulta non reagente mentre tutte le altre barre sono certamente snervate in trazione ragion per cui i valori di v calcolati mediante la (3) non sono affetti da approssimazioni;
- 2-2: profondità dell'asse neutro pari a $0.25b$; per tale posizione dell'asse neutro le barre in compressione e quelle tese disposte in posizione 3-3 potrebbero (per i valori di base della sezione e copriferro tipicamente adottati nelle strutture) non essere snervate;
- 3-3: profondità dell'asse neutro pari a $0.50b$; tale posizione dell'asse neutro permette di calcolare la risultante dello sforzo normale computando il solo contributo delle tensioni di compressione del calcestruzzo in quanto la risultante di tutte le tensioni delle armature è comunque nulla. Anche nel caso in cui non sia verificata l'ipotesi di armature tutte snervate, pertanto, i valori di v calcolati attraverso l'adozione della (2) sono rigorosi;
- 4-4: profondità dell'asse neutro pari a $0.75b$; per tale posizione dell'asse neutro è possibile effettuare le stesse considerazioni espone per la posizione 2-2 considerando, però, che rispetto a tale caso le barre prima compresse ora sono tese e viceversa;
- 5-5: profondità dell'asse neutro pari a $(b-c)$ (altezza utile della sezione) per tale posizione dell'asse neutro l'armatura inferiore risulta non reagente mentre tutte le altre barre sono certamente snervate in trazione ragion per cui i valori di v calcolati mediante la (2) non sono affetti da approssimazioni.

Tabella 1. Valori di q_c, q_t e v per diverse posizioni dell'asse neutro.

Posizione Asse Neutro	x_c	4 FERRI			8 FERRI		
		q_c	q_t	v	q_c	q_t	v
1-1	c	0	$\frac{2}{4}$	$k - \frac{1}{2}\omega$	0	$\frac{5}{8}$	$k - \frac{5}{8}\omega$
2-2	$\frac{b}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{2}{4}$	k	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}$	$k - \frac{1}{4}\omega$
3-3	$\frac{b}{2}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{2}{4}$	k	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	k
4-4	$\frac{3}{4}b$	$\frac{2}{4}$	$\frac{2}{4}$	k	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{8}$	$k + \frac{1}{4}\omega$
5-5	$b - c$	$\frac{2}{4}$	0	$k + \frac{1}{2}\omega$	$\frac{5}{8}$	0	$k + \frac{5}{8}\omega$

In Tabella 1 sono sintetizzati i valori che assumono i coefficienti q_c e q_t nonché dello sforzo normale adimensionalizzato v in corrispondenza di ciascuna posizione analizzata dell'asse neutro per entrambi le tipologie di sezioni armate rispettivamente con 4 barre d'angolo, o 8 distribuite lungo il perimetro. In Figura 2 (a) si riportano i punti del dominio $\phi_{ult.}-v$ ottenuti mediante un'analisi a fibre (con passo di calcolo $v=0.1$) ed i punti ottenuti applicando il procedimento sopra esposto. Il confronto è effettuato a titolo di esempio con riferimento ad una singola sezione ed, in particolare, alla stessa sezione presa in esame nella prima parte della presente memoria ($L=30\text{cm}$, $f_c = 30\text{MPa}$, $f_y = 430\text{MPa}$, $\rho = 5\%$). Dalla Figura 2 (a) emerge l'ottimo accordo tra i cinque punti forniti dalle espressioni semplificate e quelli provenienti dall'analisi a fibre.

In Figura 2 (b), invece, con riferimento all'intera popolazione di sezioni analizzate, si riportano gli scarti percentuali tra il valore di curvatura ultima ottenuto mediante l'analisi a fibre ed i corrispondenti punti ottenuti mediante l'utilizzo delle espressioni semplificate proposte. Si sottolinea che per ottenere gli scarti percentuali in relazione a ciascun valore di v nel campo in esame, $0 < v < 1.0$, con passo di calcolo $v=0.1$, i valori provenienti dalle espressioni semplificate sono stati ottenuti per interpolazione lineare. Dal grafico di Figura 2 (b) emerge che gli scarti percentuali sono, per tutta la popolazione di sezioni analizzate, inferiori al 20%; nel range $0.2 < v < 0.5$, rappresentativo della maggior parte dei casi di pilastri appartenenti a strutture esistenti tale scarto si riduce a valori inferiori al 10%.

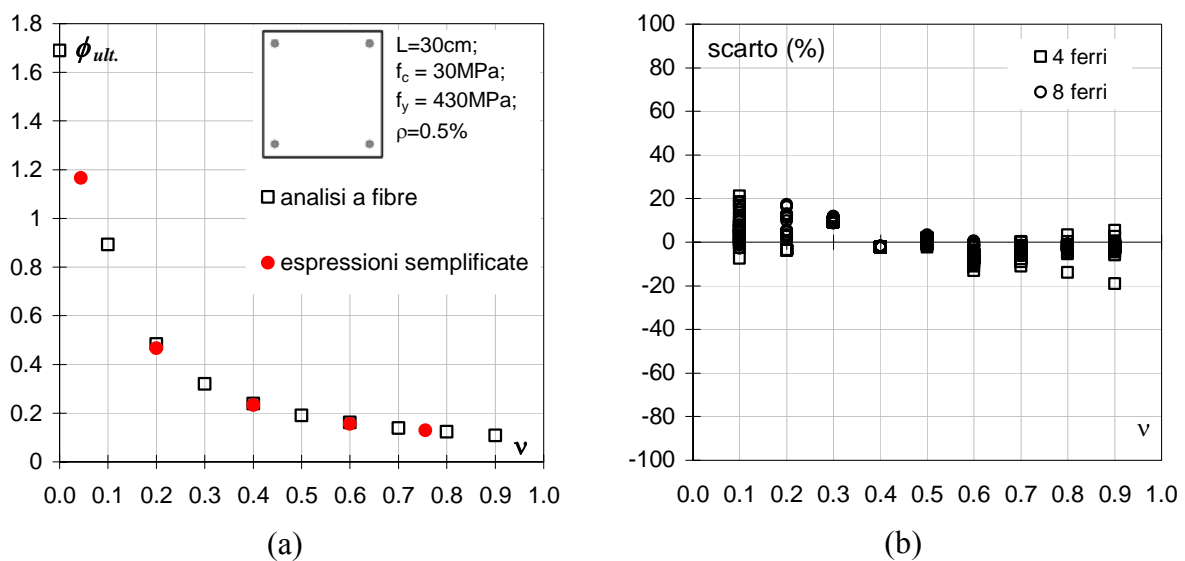


Figura 2. Confronto tra analisi a fibre e metodo semplificato (a); scarto percentuale tra i due metodi (b).

2.2 Curvatura Ultima al variare di v : il caso $\beta=45^\circ$

Analogamente a quanto esposto nel caso $\beta=0^\circ$, anche nel caso $\beta=45^\circ$ è possibile valutare, in via approssimata, la curvatura ultima di sezioni quadrate armate simmetricamente imponendo determinate posizioni dell'asse neutro ed adottando le stesse ipotesi semplificative elencate nel paragrafo precedente.

Nel caso $\beta=45^\circ$, considerando la simmetria geometrica e meccanica della sezione, si ha che ciascuna diagonale della stessa è un asse principale, per cui l'asse neutro risulta essere ortogonale all'asse di sollecitazione. Sulla scorta di tale considerazione, il metodo proposto, consiste nel determinare per cinque prefissate posizioni dell'asse neutro inclinato a 45° (vedi Figura 3), il valore di $\phi_{ult.}$ e v .

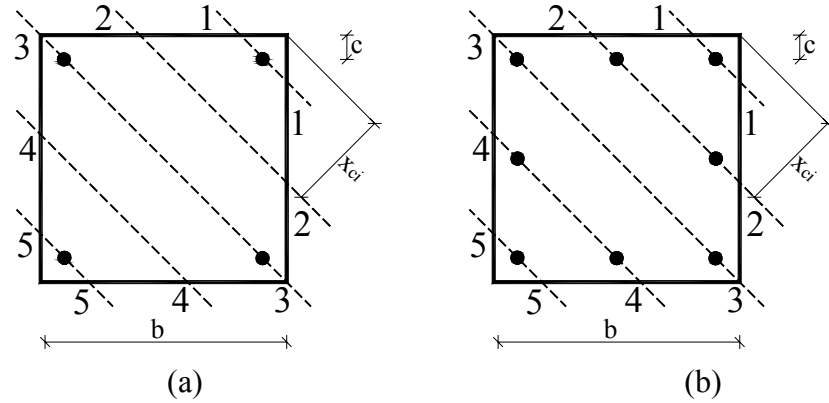


Figura 3. Posizioni di riferimento dell'asse neutro: sezione con 4 ferri (a), sezione con 8 ferri (b).

Il valore di v anche in questo caso è determinabile, nota la posizione dell'asse neutro, attraverso un'equazione di equilibrio alla traslazione:

$$N = \frac{(2\psi x_c)(\psi x_c)}{2} f_c + n_c A_f f_y - n_t A_f f_y \quad (4)$$

da cui moltiplicando e dividendo ambo i membri per $\frac{n_f}{n_f b^2 f_c}$ si ottiene:

$$v = \left(\frac{\psi x_c}{b} \right)^2 + \left(\frac{n_c}{n_f} - \frac{n_t}{n_f} \right) \omega = k' \cdot \omega + q \omega \quad (5)$$

con $k' = \left(\frac{\psi x_c}{b} \right)^2$.

Si sottolinea che nel caso in esame l'area di calcestruzzo compressa non ha base costante e, pertanto, il coefficiente ψ non può essere assunto invariante con la posizione dell'asse neutro; tuttavia, dalla valutazione integrale effettuata nell'intervallo di variazione di x_c tra la posizione 1-1 e 3-3 si assume un valore medio di $\psi=0.83$. Assegnato x_c , la curvatura ultima è fornita dal rapporto $\frac{\varepsilon_{cu}}{x_c}$ ed il corrispondente valore di v è immediatamente determinabile

attraverso la (5), note le caratteristiche geometriche e meccaniche della sezione in esame.

Con riferimento a sezioni quadrate simmetricamente armate con 4 o 8 ferri, si prendono in considerazione 5 valori della profondità dell'asse neutro (vedi Figura 3), corrispondenti rispettivamente a:

- 1-1: profondità dell'asse neutro pari a $c\sqrt{2}$; per tale posizione dell'asse neutro una barra di armatura d'angolo risulta non reagente mentre tutte le altre barre sono snervate in trazione ragion per cui i valori di v calcolati mediante la (3) non sono affetti da approssimazioni;
- 2-2: profondità dell'asse neutro pari a $\left(\frac{b}{2} + c \right) \frac{\sqrt{2}}{2}$; per tale posizione dell'asse neutro sia le barre in compressione che le barre in trazione in posizione 3-3 e 4-4 potrebbero non essere snervate;

- 3-3: profondità dell'asse neutro pari a $b\frac{\sqrt{2}}{2}$; tale posizione dell'asse neutro permette di calcolare la risultante dello sforzo normale computando il solo contributo delle tensioni di compressione del calcestruzzo in quanto la risultante di tutte le tensioni delle armature è comunque nulla. Anche nel caso in cui non sia verificata l'ipotesi di armature tutte snervate, pertanto, i valori di v calcolati attraverso l'adozione della (5) sono rigorosi;
- 4-4: la profondità dell'asse neutro è pari a $\left(\frac{3}{2}b-c\right)\frac{\sqrt{2}}{2}$; per tale posizione dell'asse neutro è possibile effettuare le stesse considerazioni esposte per la posizione 2-2 considerando, però, che rispetto a tale caso le barre prima compresse ora sono tese e viceversa;
- 5-5: la profondità dell'asse neutro è pari a $(b-c)\sqrt{2}$; per tale posizione dell'asse neutro una barra di armatura d'angolo risulta non reagente mentre tutte le altre barre sono snervate in compressione ragion per cui i valori di v calcolati mediante la (5) non sono affetti da approssimazioni.

In Tabella 2 sono sintetizzati i valori che assumono i coefficienti q_c e q_t nonché dello sforzo normale adimensionalizzato v in corrispondenza di ciascuna posizione analizzata dell'asse neutro per entrambi le tipologie di sezioni armate rispettivamente con 4 barre d'angolo, o 8 distribuite lungo il perimetro.

Tabella 2. Valori di q_c, q_t e v per diverse posizioni dell'asse neutro.

Posizione Asse Neutro	x_c	4 FERRI			8 FERRI		
		q_c	q_t	v	q_c	q_t	v
1-1	$c\sqrt{2}$	0	$\frac{3}{4}$	$k' - \frac{3}{4}\omega$	0	$\frac{7}{8}$	$k - \frac{7}{8}\omega$
2-2	$\left(\frac{b}{2} + c\right)\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$k' - \frac{1}{2}\omega$	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{8}$	$k - \frac{1}{2}\omega$
3-3	$b\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	k'	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	k
4-4	$\left(\frac{3}{2}b - c\right)\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$k' + \frac{1}{2}\omega$	$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{8}$	$k + \frac{1}{2}\omega$
5-5	$(b-c)\sqrt{2}$	$\frac{3}{4}$	0	$k' + \frac{3}{4}\omega$	$\frac{7}{8}$	0	$k + \frac{7}{8}\omega$

Analogamente a quanto effettuato nel paragrafo precedente, in Figura 4 (a) si riportano i punti del dominio $\phi_{ult.}-v$ ottenuti, con riferimento ad una singola sezione, sia mediante un'analisi a fibre sia attraverso il procedimento sopra esposto; la Figura 2 (a) mostra un ottimo accordo tra i cinque punti forniti dalle espressioni semplificate e quelli provenienti dall'analisi a fibre. In Figura 4 (b), invece, con riferimento all'intera popolazione di sezioni analizzate, si riportano gli scarti percentuali tra i valori di curvatura ultima ottenuti con i due metodi; anche in questo caso gli scarti percentuali sono estremamente contenuti.

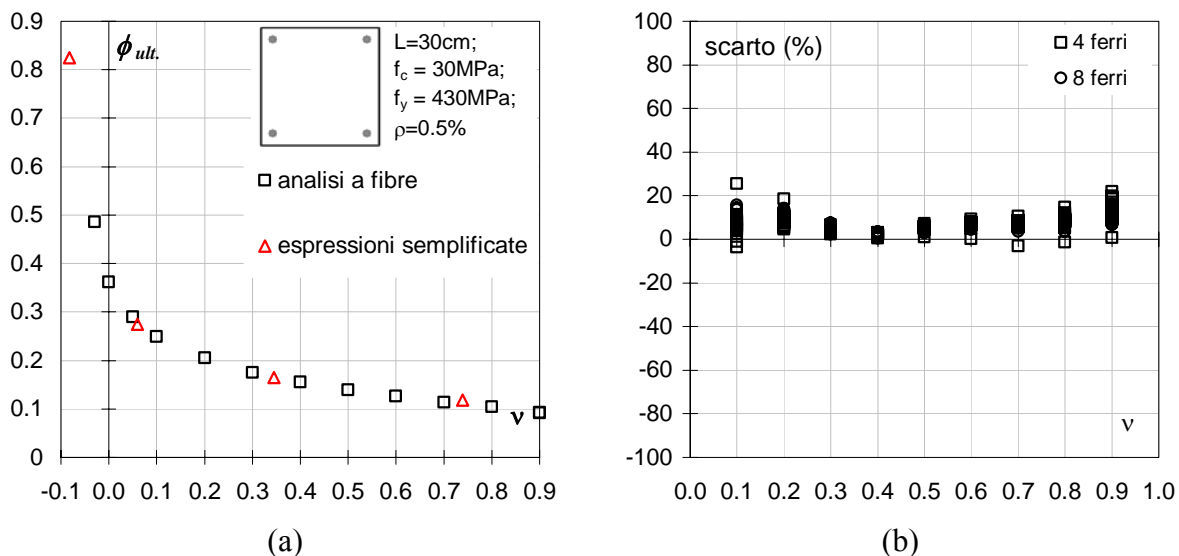


Figura 4. Confronto tra analisi a fibre e metodo semplificato (a); scarto percentuale tra i due metodi (b).

2.3 Curvatura Ultima al variare di β

La valutazione semplificata della curvatura ultima al variare di β , per ciascun valore di v , è effettuata in relazione all'andamento numerico analizzato nella prima parte della presente memoria. E' stato già sottolineato l'andamento pseudo-parabolico di ϕ_{ult} con β definito da una concavità via via decrescente all'aumentare dello sforzo assiale. Tali aspetti inducono ad assumere una formulazione semplificata basata su due diverse espressioni:

- per valori di β compresi nell'intervallo $0^\circ \div 30^\circ$ si adotta, per l'appunto, un'espressione parabolica passante per i punti di curvatura ultima approssimata valutata per $\beta=0^\circ$ e $\beta=45^\circ$;
- per valori di β compresi nell'intervallo $30^\circ \div 45^\circ$, stante la bassa variabilità che le curvature mostrano in tale intervallo, si adotta un'espressione lineare costante pari al valore della curvatura ultima per $\beta=45^\circ$.

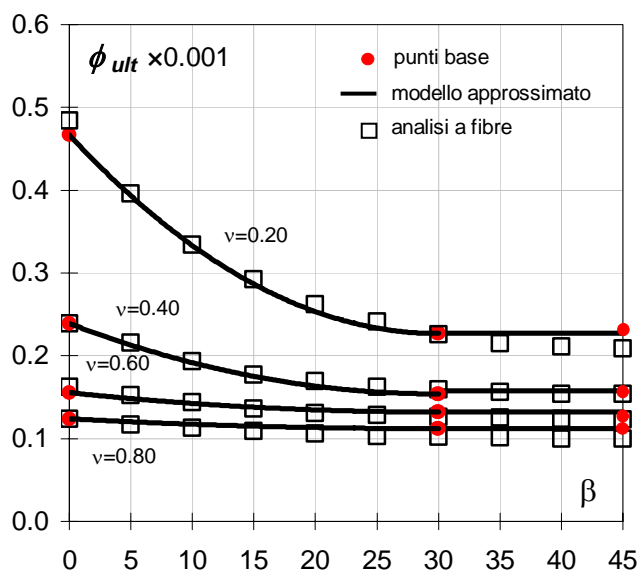


Figura 5. Confronto tra analisi a fibre e metodo semplificato .

In particolare, la funzione parabolica definita dall'equazione $\phi_{ult.} = a\beta^2 + b\beta + c$ è univocamente determinata dalle seguenti condizioni:

- a) per $\beta=0^\circ$ si assume il valore di curvatura ultima determinato così come discusso nel paragrafo 2.1;
- b) per $\beta=30^\circ$ si assume quale valore di curvatura ultima quella corrispondente a $\beta=45^\circ$, ricavato secondo la procedura descritta nel paragrafo 2.2;
- c) per $\beta=30^\circ$ si assume una tangente nulla.

In particolare, con riferimento alla sezione di Figura 2 (a) e Figura 4 (a), in Figura 5 è riportato, per diversi valori di v , il confronto tra l'andamento delle curvature ultime ottenute mediante la procedura proposta ed i punti valutati dall'analisi con il modello a fibre. E' palese osservare dal grafico che la scelta della funzione approssimante conduce ad una stima delle curvature ultime con grado di approssimazione minore di quello che caratterizza i punti base definiti dagli angoli di sollecitazione $\beta=0^\circ$ e $\beta=45^\circ$.

3 CONCLUSIONI

Nella presente memoria è stata proposta una metodologia semplificata di calcolo finalizzata alla determinazione del dominio di curvatura ultima per sollecitazione di presso-flessione deviata. L'andamento della curvatura ultima con lo sforzo adimensionalizzato è ottenuto con riferimento alle risultanze prodotte da un apposito modello a fibre da cui è emerso che la massima e la minima curvatura sono ottenute, al variare di v , per angoli di sollecitazione esterna $\beta=0^\circ$ e $\beta=45^\circ$. Per tal motivo si sono definiti, dapprima, gli andamenti semplificati della curvatura con lo sforzo assiale per i suddetti valori di β . Tale fine è stato perseguito, per cinque particolare posizioni dell'asse neutro, mediante la valutazione della curvatura e del relativo sforzo assiale ottenuto attraverso un'equazione di equilibrio alla traslazione. I confronti tra le curvature così ottenute, mediante interpolazione lineare e quelli ricavati attraverso l'analisi a fibre, presi quale riferimento, mostrano una buona approssimazione nella misura massima del 20%. La valutazione della curvatura ultima al variare dell'angolo di sollecitazione esterna β è stata effettuata mediante l'utilizzo di una formulazione quadratica-costante. In maniera analoga la comparazione numerica tra i due approcci, semplificato e a fibre, conduce ad un buon grado di approssimazione.

4 RINGRAZIAMENTI

Gli autori desiderano ringraziare l'ing. Valentina James per il lavoro svolto durante la sua tesi di laurea in relazione all'argomento in oggetto.

Il presente lavoro è stato sviluppato nell'ambito delle attività di ricerca della "Rete dei Laboratori Universitari di Ingegneria Sismica – ReLUIS" finanziato dal Dipartimento di Protezione Civile – Progetto Esecutivo 2005-2008.

5 BIBLIOGRAFIA

- Bresler, B. (1960). "Design criteria for reinforced columns under axial load and biaxial bending" *Journal of the American Concrete Institute.*, 57(5), Farmington Hills, Mi., November 1960, 481-490.
- Hsu T. "Analysis and Design of Square and Rectangular Columns by Equation of Failure Surface" *ACI Journ. March-April 1988* pg 167-179

- Silva M. A., Colby C. Swan, Jasbir S. Arora , M. L. R. F Reyolando. "Failure Criterion for RC Members Under Biaxial Bending and Axial Load" *Journal of Structural Engineering* , Ago 2001, 922 – 929.
- Sfakianakis M.G., "Biaxial Bending with axial force of reinforced, composite and concrete section of arbitrary shape by fiber model and computer graphics" *Repaired Advanced in Engineering Software* 33 (2002) 227-242.
- Gherzi, A., Muratore, M., "Verifica e progetto allo stato limite ultimo di pilastri in c.a. a sezione rettangolare: un metodo semplificato", *Ingegneria Sismica*, Anno XXI, N. 3, settembre-dicembre 2004.
- Monti G., Alessandri S. (2006) "Assessment of RC Column Under Combined Biaxial Bending and Axial Load". *The Second fib Congress*. 5-8 Giugno 2006, Naples, Italy.
- Ministero dei Lavori Pubblici "Supplemento Ordinario alla Gazzetta Ufficiale del 4/02/2008" D.M. 14/01/2008
- Di Ludovico, M., Lignola, G. P., Prota, A., Cosenza E. "Analisi non lineare di sezioni in c.a. soggette a pressoflessione deviata" *Atti del XII Convegno Ingegneria Sismica in Italia ANIDIS 2007*, , PISA 10-14 giugno 2007.